



Jose Ignacio González Gómez Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna <u>www.jggomez.eu</u>

 Nombre
 Descripción
 Tipo PLB-PCE
 Base SA
 Informe
 Modelo

 AgroDaute
 Él productor está interesado en saber que cantidad de acres debe sembrar de cada producto, a fin de obtener el máximo ingreso posible por el uso de sus recursos.
 PL
 SI
 Porduccion

1.1 Enunciado

Un productor agrícola dispone de los siguientes recursos destinados a la producción de Maíz, Soja y Avena:

- 12 acres de tierra (medida de superficie americana equivalente a 0,4047 hectáreas. Una hectárea igual a 2,471 acres)
- 48 horas de trabajo familiar
- 360 \$ de capital

Los condicionantes del mercado aconsejan producir tres productos, Maíz, Soya y Avena, con los siguientes coeficientes técnicos de cultivo y márgenes.

	Maíz	Soya	Avena					
Extensión	1,0 acre	1,0 acre	1,0 acre					
Mano de Obra	6,0 hr	6,0 hr	2,0 hr					
Capital	36,0 \$	24,0 \$	18,0 \$					
Margen Bruto	40,0 \$/acre	30,0 \$/acre	20,0 \$/acre					

Coeficientes técnicos de producción y márgenes

Margen Bruto (Ingresos – Costes Variables de Producción)

Se pide:

Él productor está interesado en saber que cantidad de acres debe sembrar de cada producto, a fin de obtener el máximo ingreso posible por el uso de sus recursos.

1.2 Formulación algebraica del problema

Maxim	izar la función de Beneficio:	$Z = 40X_M + 30X_S + 20X_A$
Sujeta	a las siguientes restricciones:	
[1]	$1X_M + 1X_s + 1X_A \le 12$	Restricción del recurso Tierra
[2]	$6X_M + 6X_s + 2X_A \le 48$	Restricción del recurso Trabajo
[3]	$36X_{_M} + 24X_{_S} + 18X_{_A} \le 360$	Restricción del recurso Capital
	$X_{\scriptscriptstyle M} \geq 0 X_{\scriptscriptstyle S} \geq 0 X_{\scriptscriptstyle A} \geq 0$	Restricción de no negatividad

1.3 Planteamiento y Resolución en Excel

1.3.1 Identificación y definición de las Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells).

No existe una forma única para colocar los datos de un problema de optimización (o de minimización) en la hoja de cálculo podemos colocarlos como deseemos. No obstante, se ganaría bastante en entendimiento y compresión si estos se organizan de forma lógica acorde al planteamiento del problema y no con datos dispersos.

En este caso definimos y planteamos el problema (programamos las celdas) especificando en primer lugar las *Variables de Decisión o Celdas Cambiantes* (*Changing Cells*).

En nuestro caso (ver Ilustración 1) será el rango B16:D16, es decir la cantidad de extensiones dedicadas a cada cultivo.

Se pueden especificar hasta 200 variables de decisión; no obstante para efectos de este problema solo se necesitan tres variables: Maíz, Soya y Avena.

1.3.2 Definición y programación de las restricciones, RHS (Right Hand Side)

Una vez programa las celdas principales es conveniente especificar las *Restricciones* (*Constraints Cells*). Las restricciones deben caer dentro de ciertos límites o satisfacer los valores objetivos. Se pueden especificar hasta 500 restricciones –dos par cada una de las variables de decisión – mas 100 restricciones adicionales, representando un total de no mas de 1000 celdas en un problema.

En nuestro caso contamos solamente con tres restricciones, a saber:

- <u>*Restricción del Recurso Tierra*</u>, cuyo consumo (celda E17) no debe superar la disponibilidad o tamaño del terreno 12 acres.
- <u>*Restricción del Recurso Trabajo*</u>, cuyo consumo (celda E18) no debe superar la disponibilidad total es de decir 48 horas de mano de obra familiar.
- <u>*Restricción del Recurso Capital*</u> cuyo consumo (celda E19) no debe superar la disponibilidad total es de decir 360 \$ de capital.

En el lenguaje de la Programación Lineal a esta disponibilidad se le denomina con las letras **RHS** (iniciales de Right Hand Side), lado derecho de la desigualdad, es decir D26, D27 y D28 respectivamente para cada uno de los recursos, celdas con fondo rojo.

-								
	А	В	С	D	E	F		
13	Variables de l	Decisión	Función Ob	jetivo				
14	Planteamie	ento de	Problem	а				
15		Maíz	Soya	Avena	Total			
16	Producción	6,0 acre	0,0 acre	6,0 acre	12,0 acre			
17	Extensión	6,0 acre	0,0 acre	6,0 acre	12,0 acre			
18	Mano de Obra	36,0 hr	0,0 hr	12,0 hr	48,0 hr			
19	Capital	216,0\$	0,0 \$	108,0 \$	324,0\$			
20	Margen Bruto	240€	0€	120€	360€			
21	Restricciones							
22	Todas las varial	Todas las variables deber ser no negativas						
23	Limitación de d	isponibilia	lad de Recurs	os - RESTRI	CCIONES	Holgura		
24	Postriccionos	lleo	Niveles de res	tricciones - Di	sponibilidad	(Slack)		
25	Restrictiones	050	RHS ((Right Hand Si	de)			
26	Extensión	12 ud	<=	12,0 acre	E17	0 ud		
27	Mano de Obra	48,0 hr	<=	48,0 hr	E18	0,0 hr		
28	Capital	324,0 \$	<=	360,0 \$	E19	36,0 \$		
			Ilustración	1				

El comentario que resulta de la solución propuesta por el Solver (Ilustración 1) seria:

El máximo ingreso que se puede obtener por el hecho de asignar los recursos a la siembra de 6 acres de Maíz y 6 acres de Avena es de 360 US \$. No es posible organizar los recursos de otro manera, distinta a la indicada por el Solver, de tal forma que se pueda generar un ingreso superior a 360 US \$.

A fin de calcular el ingreso neto de la explotación el productor agrícola debe deducir los costos fijos del valor final, por la sencilla razón de que los costos variables ya fueron imputados en la estimación de los coeficientes objetivos de cada actividad. Para ser mas preciso, si los costos fijos fueran del orden de 100 US \$, entonces los ingresos netos de la explotación ascenderían a 260 US \$

1.3.3 Definición y programación de la celda objetivo

Finalmente debemos identificar la celda objetivo, en nuestro caso será E20, es decir la que nos genera mayor margen de beneficio bruto y por tanto pretendemos maximizar.

Tomando en consideración la formulación algebraica del problema así como el diseño de la hoja de cálculo y programación de las celdas, pasamos a continuación a programar los parámetros del Solver y que nos permitirá alcanzar nuestro objetivo.

metros de Solver			
Establecer objetivo:	\$E\$20		
Para: O Máx.	© Mín © <u>V</u> alor de:	0	
Cambiando <u>l</u> as celdas de v	ariables:		
\$B\$16:\$D\$16			
Sujeto a las restricciones:			
\$B\$25:\$B\$27 <= \$D\$25:\$	iD\$27	^ [<u>A</u> gregar
			<u>C</u> ambiar
			Eliminar
			<u>R</u> establecer todo
		-	<u>C</u> argar/Guardar
Convertir variables sin	restricciones en no negativas		
Método de resolución:	Simplex LP	•	Opciones

Ilustración 2

Es decir, en concreto debemos considerar

- 1) <u>Celda objetivo</u> La celda que contiene la función objetiva cuyo valor se desea optimizar (maximizar/minimizar), en nuestro caso la celda E20.
- 2) **Función objetivo Z:** Función matemática almacenada en la celda objetivo cuya fórmula es: $_{MSA}Z = 40X + 30Y + 20Z$
- 3) <u>Coeficiente objetivo</u> Es el valor de la actividad o los precios netos de las actividades: Maíz, 40; Soya, 30; y Avena, 20

En este apartado debemos tomar en consideración el especificar las Restricciones de No negatividad para asegurarse que las celdas cambiantes adopten solo valores no negativos, es decir ≥ 0 . Esta condición tiene su razón de ser pues no se concibe la producción de cantidades negativas de producto

1.4 Los informes del Solver

1.4.1 Introducción

Solver nos ofrece tres tipos de informes relacionados con la resolución obtenida al problema aplicando:

- Informe de Responder o Respuesta
- Informe de Confidencialidad o Sensibilidad
- Informe de Límite

Los especialistas suelen dar muchísima importancia a los informes de Reporte y Sensibilidad, por cuanto ellos le permiten simular que pasaría si se cambian determinados parámetros. El informe de Límites fue diseñado por Microsoft con el fin de suministrar un análisis diferente de sensibilidad. El informe de límites muestra el rango de los valores que pueden asumir las celdas cambiantes (variables de decisión), basados en los restricciones que se hayan definido.

Pasamos a continuación a exponer los informes obtenidos y sus características principales y comentarios, señalar previamente que

1.4.2 Informe de Responder o Respuesta. Glosario de términos y conceptos asociados

El informe de Respuestas presenta un resumen de los resultados de la optimización organizado en tres apartados tal y como podemos ver en la Ilustración 3

- 1) Celda objetivo (Máx.)
 - Valor Final. Valor óptimo de la función objetivo alcanzado
- 2) <u>Celdas Variables-Celdas Cambiantes (Variables de Decisión)</u>. Esta sección del informe indica que actividades entraron en el plan final (solución óptima).
 - Valor Final (solución óptima). Es el mejor valor de las celdas cambiantes, es decir cuantas unidades se deben producir de cada actividad. El Solver indica con un cero las actividades que no entran en la solución óptima, tal es el caso de la actividad Soya

El plan final manda a cultivar 6 acres de Maíz y 6 acres de Avena, a fin de obtener el máximo ingreso. Para verificarlo realizamos el siguiente cálculo:

	Α	B	С	D	E	F	G
14	Ce	elda obj	jetivo (Máx.)				
15		Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Valor	Óptimo de l
16		\$E\$20	Margen Bruto Total	0€	360€	Fund	ción Objetivo
17						-	
18					Solución Óptir	na	
19	Ce	eldas de	e variables				
20		Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero	
21		\$B\$16	Producción Maíz	0,0 acre	6,0 acre	Continuar	_
22		\$C\$16	Producción Soya	0,0 acre	0,0 acre	Continuar	_
23		\$D\$16	Producción Avena	0,0 acre	6,0 acre	Continuar	
24				l			
25						Carenci	a o Excedent
26	Re	estriccio	ones				
27		Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
28		\$B\$26	Extensión Uso	12 ud	\$B\$26<=\$D\$26	Vinculante	0
29		\$B\$27	Mano de Obra Uso	48,0 hr	\$B\$27<=\$D\$27	Vinculante	0
30		\$B\$28	Capital Uso	324,0€	\$B\$28<=\$D\$28	No vinculante	36
31							

Ilustración 3

- 3) **<u>Restricciones</u>**, Informa de la situación de cada restricción planteada
 - Valor de la celda, muestra el valor de consumo o uso del recurso para alcanzar el óptimo planteado o alcanzado en la celda objetivo

- Estado. Indica si un recurso se ha usado completamente (Vinculante, Obligatorio, o Limitante) o parcialmente (No Vinculante, Opcional o No limitante)
 - Vinculante, Binding, Limitante u Obligatorio. Se dice que un recurso es obligatorio (o limitante) cuando el recurso utilizado es igual al Recurso disponible.
 - No Vinculante, Not Binding No Limitante u Opcional. Cuando el recurso utilizado es menor que el recurso disponible. En este caso resulta una Divergencia o Demora (Slack)
- Demora, Divergencia, Slack o Variables de Holgura. Cantidad de recurso que no ha sido usado o asignado en el proceso productivo, como hemos comentado en este caso resulta una *Divergencia o Demora (Slack)*

El valor de holgura es la diferencia entre el valor de la solución de las celdas de restricción y el número que aparece en el lado derecho de la fórmula de restricción. Una restricción Obligatoria es una para el que el valor de holgura es 0.

En el lenguaje del Solver se dice que un recurso es limitante (**Binding**) cuando los Recursos Utilizados son iguales a los Recursos Disponibles; de lo contrario se le denomina Recurso No Limitantes (**Not binding**) (Los recursos utilizados son menores que los recursos disponibles).

Debido a problemas de traducción Uds. leerán en la columna **Estado** la palabra **Obligatorio**, en lugar de **Limitante**. La palabra Obligatorio en las Restricciones Tierra y Capital indican que esos recursos se usaron completamente en el proceso productivo.

Adicionalmente en la columna Estado aparece la palabra **Opcional** para indicar que no se uso todo el Capital. Si no se utilizó todo el capital, entonces hay un excedente de dicho recurso (36 US \$), por lo cual hay que concluir que dicho recurso es **No Limitante**.

El Solver indica con ceros en la columna Divergencia los recursos limitantes y con no ceros los no limitantes. El capital resultó ser un recurso no limitante, razón por la cual se muestra un excedente de 36 \$ de Capital.

En programación lineal se utilizan las variables de holgura (una para cada restricción) para convertir una desigualdad en una igualdad, resultando así un sistema de ecuaciones lineales. Las variables Slack o de holgura indican las cantidades de los recursos no utilizados en el plan óptimo. Por lo tanto podemos decir que los recursos que limitaron la producción fueron la Tierra y el Trabajo, respectivamente, mientras que el capital fue no limitante

1.4.3 Informe de Confidencialidad o Sensibilidad. Glosario de términos y conceptos asociados

Como hemos comentado, los especialistas suelen dar muchísima importancia a los informes de Reporte y Sensibilidad, por cuanto ellos le permiten simular que pasaría si se cambian determinados parámetros.

Es decir proporciona información acerca de la sensibilidad de la solución a que se realicen pequeños cambios en la fórmula definida en el cuadro Definir celda objetivo del cuadro de diálogo Parámetros de Solver o de las restricciones. <u>No se genera este informe para los modelos que tengan restricciones enteras</u>. <u>En modelos no lineales, el informe facilita los valores para las gradientes y los multiplicadores de Lagrange. En los</u>

modelos lineales, el informe incluye costos reducidos, otros precios, coeficiente de objetivos (con aumentos y disminuciones permitidos) y rangos de restricciones hacia la derecha.

De otra forma, el informe de Sensibilidad proporciona información sobre cuán sensible es la celda objetivo a los cambios en sus restricciones. En caso de seleccionar Modelo No Lineal en las Opciones, el informe de Sensibilidad no incluye varias columnas de información.

El informe de sensibilidad suministra detalles adicionales de la optimización. Solver genera dos tablas en este informe (ver Ilustración 4): una para las variables y la otra para las restricciones. El análisis de sensibilidad es el estudio de cómo los cambios en uno de los parámetros del problema afectan a la solución óptima.

Una *nota técnica a considerar* es que los informes de sensibilidad no pueden trabajar con celdas combinadas en la hoja de cálculo que esta optimizando. Si ejecuta un informe de sensibilidad y aparece con los precios sombra en blanco puede deberse a las celdas combinadas en la hoja de cálculo. Las celdas combinadas afectan a la capacidad de Solver de asignar etiquetas a los informes. Para eliminar estas celdas de los informes, siga los pasos siguientes: seleccione todas las celdas de la hoja de cálculo, vaya al menú Formato y seleccione Celdas, haga clic en la pestaña Alineación y verifique que no está seleccionada la casilla Combinar celdas.

	A	В	С	D	E	F		G	Н	1	
6	Celda	is de	variables	С	oste Reduc	ido	Rar	ngo de los coe	ficientes objeti	vos	
7	Par	áme	tros o Coeficiantes	Final	Reducido	Objet	tivo	Permisible	Permisible		
8	Ce	lda	Nombre	Valor	Coste	Coefici	ente	Aumentar	Reducir		
9	\$B\$	\$16	Producción Maíz	6	0		40	20	10		
10	\$C	\$16	Producción Soya	0	-10		30	10	1E+30		
11	\$D	\$16	Producción Avena	6	0		20	20	6,666666667		
12				D.,	aciae Ducla					1	
13	Restr	iccio	ones	Pr	Precios Duales			Rangos Right – Hand - Side			
14				Final Sombra Rest		Restric	estricción Permisible		Permisible		
15	Ce	lda	Nombre	Valor	Precio	Lado de	recho	Aumentar	Reducir		
16	\$B\$	\$26	Extensión Uso	12	10		12	4	4		
17	\$B\$	\$27	Mano de Obra Uso	48	5		48	8	24		
18	\$B	\$28	Capital Uso	324	0		360	1E+30	36		
19		F	Recursos Disponibles o							_	
20	20 Restricciones										

Ilustración 4

- <u>Celdas Variables-Celdas Cambiantes (Variables de Decisión)</u>. Esta sección del informe indica que actividades entraron en el plan final (solución óptima).
 - Parámetros o Coeficientes. Los parámetros son constantes usadas en el problema para determinar la función objetiva y los recursos disponibles (restricciones o RHS).
 - Valor Final o Final Valor (solución óptima). Indica la solución óptima obtenida, en nuestro ejemplo 6 acres de Maíz y 6 de Avena, respectivamente. Como comentamos anteriormente Es el mejor valor de las celdas cambiantes, es decir cuantas unidades se deben producir de cada actividad. El Solver indica con un cero las actividades que no entran en la solución óptima, tal es el caso de la actividad Soya

Coste Reducido, Gradiente Reducido o Costo de Oportunidad. Las actividades que entran en el plan óptimo tienen un costo reducido igual a cero, mientras que las que no entran tienen un costo reducido negativo. Así por ejemplo, la Soya no entró en el plan óptimo. Si el productor agrícola decidiera sembrar un solo acre de Soya su ingreso neto disminuiría de 360 a 250 US\$.

Una manera de interpretar un Costo Reducido no nulo (zj-cj >0) es la siguiente : el Costo Reducido asociado a una variable (xj) de decisión indica en cuanto debe incrementarse el coeficiente correspondiente en la función objetivo (cj) para que el empleo de dicha variable en la solución óptima resulte rentable.

- Coeficiente Objetivo u Objetivo Coeficiente. Son los precios netos de cada actividad.
- Rangos o RHS . Son los rangos en que se pueden mover las restricciones es decir la disponibilidad de recursos. En este sentido tenemos:
 - Aumento Permisible Indica en cuanto se puede aumentar un coeficiente objetivo (precio neto) sin que cambie la solución óptima.
 - Disminución Permisible Indica en cuanto puede disminuir un coeficiente objetivo (precio neto) sin que cambie la solución óptima.
- Rango de Optimalidad Se forma a partir de los coeficientes objetivos y de los aumentos y disminuciones permisibles. La solución óptima de un modelo de Programación Lineal no cambia si un coeficiente objetivo de alguna variable en la función objetiva cambia dentro de cierto rango. Solo se permite el cambio de un coeficiente.

Por ejemplo, que pasa con la solución óptima si el coeficiente objetivo de la actividad Avena se incrementa de 20 a 30 \$? Para responder esta pregunta se deben calcular previamente el rango de optimalidad, es decir:

Límite superior: 20 + 20 = 40Límite inferior 20 - 6,667 = 13,337

Dado que el coeficiente objetivo modificado [30] cae en el intervalo [40 ;13,337] se puede asegurar que no habrá cambio en la solución óptima.

- 2) <u>Restricciones</u>.
 - Valor Final Indica la cantidad de los recursos disponibles utilizados en el proceso productivo.
 - Precio Sombra (o Precios Duales). Es el cambio marginal en el valor de la función objetiva óptima que se produce si se modifica una restricción (es decir si se incremente en una unidad).

El Precio Sombra para cada una de las restricciones representa el cambio a nivel de la Función Objetivo como consecuencia de una modificación marginal (de una unidad) del Lado Derecho de las restricciones (el límite de disponibilidad del recurso). Se asume que la solución es óptima y que todos los otros parámetros del problema se mantienen constantes.

Los Precios Sombra pueden ser calculados modificando el Lado Derecho de la restricción de una unidad, resolviendo el sistema y luego comparando la diferencia a nivel de la Función Objetivo. Estos Precios Sombra permanecen constantes solamente al interior de un rango de valores, dentro del cual la restricción continúa estando activa ("binding"), al que se denomina Intervalo Permitido de Factibilidad. El Intervalo Permitido para permanecer Factible es el intervalo de valores del coeficiente bi (correspondiente a la restricción i) en el que la solución óptima permanece factible.

Estos Intervalos o Rangos pueden ser calculados a partir de la información disponible a nivel del Informe de Sensibilidad: Incremento permitido ("Allowable Increase") y Decremento permitido ("Allowable Decrease").

- Restricción Lado Derecho (Constraints). Son límites físicos, económicos, tecnológicas, o de cualquier otra índole, que se imponen a las variables de decisión: 12 acres de tierra, 48 horas de trabajo y 360 dólares de capital.
- Aumento y Disminución Permisible Indica en cuanto se puede aumentar/disminuir el recurso disponible sin que se modifique la solución óptima
- Rango de Factibilidad Indica que el valor del precio de sombra permanecerá sin modificación alguna, siempre y cuando la restricción en cuestión permanezca dentro del llamado rango de factibilidad

<u>Análisis</u>

- a) La columna Valor Igual (Valor Final) hace referencia al Valor final que toman las variables de decisión o celdas cambiantes (Changing cells) (X) en la solución óptima. En nuestro ejercicio 6 acres de Maíz y 6 acres de Avena. Vea celdas D9 y D11, respectivamente de la Ilustración 4.
- b) La columna **Gradiente Reducido (Costo Reducido o costo de oportunidad)** le informa al usuario en cuanto debería modificarse el coeficiente objetivo asociado a una variable (X) en la función objetiva (Z) para que la misma permanezca en la solución.
 - Las variables que entran en la solución óptima tienen un Gradiente reducido (Costo reducido o costo de oportunidad) igual a cero. Se les denomina variables básicas.
 - Las variables que no entran en la solución óptima tienen costo reducido negativo (< 0). Se les denomina variables no básicas. En nuestro ejemplo la Soya no entró en el plan final, por lo tanto su costo reducido es -10. Esto significa que si por alguna razón el productor forzara la entrada de un acre de soya en el plan final (reemplazando un acre de Maíz, por ejemplo) el valor del programa se reduciría en 10 \$, es decir de 360 \$ a 350 \$.
- c) La columna Coeficiente Objetivo muestra los precios netos de cada actividad: Maíz 40, Soya 30 y Avena 20. A continuación se escribe nuevamente la función objetivo original por conveniencia:

$$Z = 40 * X_{M} + 30 * X_{S} + 20 * X_{A}$$

d) Las dos últimas columnas Aumento permisible y Disminución permisible muestran el rango en el cual pueden variar los coeficientes de la función objetiva (precio neto de cada actividad) sin que cambie la solución óptima. El valor de la función objetiva cambiará, naturalmente, debido a los cambios en los coeficientes objetivos. En el ejemplo propuesto del profesor Benecke el coeficiente objetivo de la variable Maíz se puede incrementar de 40 a 60 y disminuir de 40 a 13,33 sin que se produzca ningún efecto en el valor final de las variables de decisión, **ceteris paribus**. Por supuesto el valor óptimo de la función objetiva cambiará.

Rango de optimalidad del coeficiente objetivo del Maíz

 (C_M) [(40+20); (40-10)] = [60; 30]

Rango de optimalidad del coeficiente objetivo de la Avena

 (C_A) [(20+20); (20-6,67)] = [40; 13,33]

A fin de verificar lo dicho anteriormente seleccionamos los nuevos coeficientes objetivos para el Maíz y la Avena dentro del rango de optimalidad: [Maíz (60; 30)] y [Avena (40; 13,33)], respectivamente. Seleccionamos, por ejemplo: Maíz, 30 y Avena, 13,33. Ahora vamos a la celda C3 y escribimos 60, en lugar de 40 y en D3 escriban 13,30 en lugar de 20. Clic en el botón **Restablecer todo**. Ejecutamos nuevamente el Solver. Observamos que la solución óptima permanece constante: Maíz 6 acres y 6 acres de Avena; no obstante, el valor óptimo, es decir el ingreso neto disminuirá de 360 hasta 259, 98 \$ destaca igualmente que sobran 36 \$ de Capital.

e) La columna **Precio de Sombra** dice en cuando se incrementaría o disminuiría el valor de la función objetiva si se incrementara o disminuyera el recurso disponible (RHS) en una unidad. Así por ejemplo, si el límite de la primera restricción (disponibilidad del recurso tierra) se incrementara de 12 a 13 acres de tierra, entonces la función objetiva se incrementaría en 10 \$, ceteris paribus.

Por otra parte, si el límite de la restricción trabajo disponible se incrementara de 48 a 49 horas de trabajo, entonces la función objetiva experimentaría un incremento de 5 \$, ceteris paribus

El **Precio de sombra** se conoce en economía con el nombre **Producto marginal del recurso** y éste indica cuanto estaría el empresario dispuesto a pagar por una unidad adicional del recurso limitante.

Los precios de sombra suministran información relacionada con la productividad del recurso que se añada. Así por ejemplo el recurso tierra se utilizará completamente en el proceso productivo: 6 acres de Maíz y 6 acres de Avena. Un acre adicional, en caso de que fuera posible, añadiría 10\$ al valor de la función objetiva, pero un acre menos reduciría el valor de la función objetivo en 10 \$). Por otra parte, una hora de trabajo añadiría 5\$ al valor de la función objetiva, pero más capital no añadiría nada debido a que el recurso no se utilizó completamente.

Los precios de sombra de las restricciones limitantes son diferentes de cero (caso del factor Tierra, precio de sombra 10 y factor Trabajo, precio de sombra 5). Los precios de sombra de las restricciones no limitante son iguales a cero (caso del recurso Capital, precio de sombra igual a cero)

f) Las columnas Aumento permisible y Disminución permisible de una restricción indican el rango en el cual se puede variar el recurso disponible (RHS) sin que se modifique la solución óptima. Así por ejemplo, los rangos de factibilidad de los recursos limitantes (Tierra y Trabajo) son respectivamente los siguientes:

Rango de factibilidad para la restricción Tierra

$$[(12+4); (12-4)] = [16; 8]$$

Rango de factibilidad para la restricción Trabajo

$$[(48+8); (48-24)] = [56; 24]$$

Cualquier cambio dentro de este rango no modifica la naturaleza factible de la solución óptima, si se asume que todos los restantes parámetros del modelo permanecen constantes. Fuera del rango de valores se requiere re optimizar, o sea resolver el problema para determinar el nuevo valor de la función objetiva.

1.4.4 Informe de Límite .Glosario de términos y conceptos asociados

El informe de Límites fue diseñado por Microsoft con el fin de suministrar un análisis diferente de sensibilidad. El informe de límites muestra el rango de los valores que pueden asumir las celdas cambiantes (variables de decisión), basados en los restricciones que se hayan definido.

Como podemos observar en la Ilustración 5 disponemos de una lista con la celda objetivo y las celdas ajustables con sus valores correspondientes, los límites inferior y superior, así como los valores del objetivo. N<u>o se genera este informe para los modelos que tengan restricciones entera</u>s. El límite inferior es el valor mínimo que puede tomar la celda ajustable mientras se mantienen todas las demás celdas ajustables fijas y se continúa satisfaciendo las restricciones. El límite superior es el valor máximo

	А	В	С	D	Ε	F	G	Н	- I	J	
6			Objetivo								
7		Celda	Nombre	Valor	_						
8		\$E\$20	Margen Bruto Total	360€							
9					-						
10								_			
11			Variable			Inferior	Objetivo		Superior	Objetivo	
12		Celda	Nombre	Valor		Límite	Resultado		Límite	Resultado	
13		\$B\$16	Producción Maíz	6,0 acre	_	0,0 acre	120,0 acre		6,0 acre	360,0 acre	_
14		\$C\$16	Producción Soya	0,0 acre	_	0,0 acre	360,0 acre	_	0,0 acre	360,0 acre	_
15		\$D\$16	Producción Avena	6,0 acre		0,0 acre	240,0 acre	_	6,0 acre	360,0 acre	
16					-			_			

Ilustración 5

- **Valor**. Hace referencia a la solución óptima encontrada: 6 acres de Maíz y 6 de Avena.
- **Límite Inferior**. Es el menor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen el valor óptimo encontrado), y satisfacer todas las restricciones.
- **Resultado Objetivo**. Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite inferior y las demás variables mantienen el valor óptimo encontrado.

En nuestro caso tendríamos los límites de cada variable serian:

Límites de la Variable Maíz:

- Valor del límite inferior de la variable Maíz: 0 acres
- Valor Óptimo de la variable Avena: 6 acres
- Función objetivo bajo estas condiciones: 40*0+20*6 = 120

Límite superior. Es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen constante el valor óptimo encontrado)

<u>Resultado objetivo</u>. Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado.

- Valor del límite superior de la variable Maíz: 6 acres
- Valor Óptimo de la variable Avena: 6 acres
- Función objetivo bajo estas condiciones: 40*6+20*6 = 360

Límites de la Variable Soya:

- Valor del límite inferior de la variable Soya: 0 acres
- Valor Óptimo de la variable Maíz: 6 acres
- Valor Óptimo de la variable Avena 6 acres
- Función objetivo bajo estas condiciones: 40*6+20*6 = 360

Límite superior. Es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen constante el valor óptimo encontrado)

<u>Resultado objetivo</u>. Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado

- Valor del límite superior de la variable Soya: 0 acres
- Valor Óptimo de la variable Soya: 6 acres
- Valor Óptimo de la variable Avena 6 acres
- Función objetivo bajo estas condiciones: 40*6+20*6 = 360

Límites de la Variable Avena

- Valor del límite inferior de la variable Avena: 0 acres
- Valor Óptimo de la variable Maíz: 6 acres
- Función objetivo bajo estas condiciones: 40*6+20*0 = 240

Límite superior. Es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen constante el valor óptimo encontrado)

<u>*Resultado objetivo*</u>. Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado.

- Valor del límite superior de la variable Avena: 6 acres
- Valor Óptimo de la variable Avena: 6 acres
- Función objetivo bajo estas condiciones: 40*6+20*6 = 360